

**ÁREA TEMÁTICA:** (marque uma das opções)

- COMUNICAÇÃO
- CULTURA
- DIREITOS HUMANOS E JUSTIÇA
- EDUCAÇÃO
- MEIO AMBIENTE
- SAÚDE
- TECNOLOGIA E PRODUÇÃO
- TRABALHO

## **A IMPORTÂNCIA DO PROJETO POTI NO TREINAMENTO PARA AS OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA**

**Scheila Valechenski Biehl (UEPG, svbiehl@uepg.br)**  
**Josnei Francisco Peruzzo (UEPG, jj-2000@bol.com.br)**  
**Elisangela dos Santos Meza (UEPG, elisangelameza@gmail.com)**

**Resumo:** O POTI é um Polo Olímpico de Treinamento Intensivo, programa vinculado ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), voltado para alunos que desejam participar de Olimpíadas de Matemática. É desenvolvido como atividade do programa de extensão “Olimpíadas de Matemática: promovendo a inclusão social e ajudando a mudar o cenário da educação”, da Universidade Estadual de Ponta Grossa, com intuito de disseminar a ciência matemática e atrair alunos para a área de exatas. Neste trabalho é feito um relato da importância do projeto POTI no treinamento para as olimpíadas de matemática, em particular para a OPMat (Olimpíada Pontagrossense de Matemática). São analisados como alguns temas e questões são abordados geralmente nas olimpíadas, desenvolvendo assim treinamentos específicos de resolução de problemas para auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos e na elaboração de estratégias de solução para tais problemas. São relatadas também algumas experiências dos alunos da comunidade que participam atualmente do projeto.

**Palavras-chave:** Matemática. Treinamento Olímpico. Inclusão Social. Resolução de Problemas.

### **INTRODUÇÃO**

Nas metodologias convencionais de aulas de matemática, o sistema de transmissão de conhecimento é unilateral, ou seja, o professor é um comunicador do conhecimento, e o aluno por sua vez um receptor, cuja tarefa consiste na resolução de exercícios baseados em exemplos, modelos e passos mecanizados. Essa abordagem não desperta o interesse, não motiva os educandos fazendo com que a ciência matemática seja vista como difícil e, até mesmo, impossível de se compreender.

Segundo os PCN's de Matemática (BRASIL, 1998), a resolução de problemas possibilita ao aluno mobilizar conhecimento e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Para Dante (1998), um bom problema deve ser desafiador para o aluno, ser interessante, não consistir apenas de aplicação direta de fórmulas e ter um nível adequado de dificuldade.

Como citado em Onuchic (1999, p. 210) “na abordagem de resolução de problemas como uma metodologia de ensino, o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas, ou seja, não é um processo isolado”. As olimpíadas de matemática propiciam o envolvimento natural dos alunos com esse processo, estimulando a curiosidade e promovendo um estudo que vai além do currículo escolar, de modo a tornar mais fundamentado e significativo o processo de aprendizagem.

Polya (1978) relata que resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esqui ou tocar piano, se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom resolvidor de problemas, tem que resolver problemas. Como em qualquer competição, as olimpíadas de matemática requerem preparo. O POTI é uma oportunidade de participar de um treinamento específico para esse fim, estar em contato com novos conceitos e teorias da matemática, é um bom meio de estimular o raciocínio e criatividade dos alunos.

Nas atividades do POTI são abordadas e categorizadas as grandes áreas da matemática que permeiam as olimpíadas, a saber, álgebra, combinatória, geometria e teoria dos números. O professor entra como um mediador e incentivador da aprendizagem, instigando a curiosidade dos educandos por meio de aulas de treinamento, mostrando como frequentemente os temas são abordados nas competições, auxiliando assim na construção de suas estratégias de solução e contribuindo com o desenvolvimento do raciocínio lógico e da habilidade intelectual dos alunos.

## OBJETIVOS

A presente ação extensionista visa oferecer treinamentos específicos para as olimpíadas de matemática, envolvendo os participantes no conhecimento dos principais ramos da matemática e na identificação de como estes ramos são frequentemente abordados nas olimpíadas. Além disso, promove a integração entre universidade e escolas públicas e privadas, professores e alunos, contribuindo para a melhoria da aprendizagem da matemática.

Realizar um levantamento quantitativo dos alunos que participam atualmente do POTI, seus relatos com premiações nas olimpíadas antes e depois de participar do projeto, suas experiências e expectativas com o treinamento.

## METODOLOGIA E RESULTADOS

Na Universidade Estadual de Ponta Grossa estamos atualmente realizando um polo voluntário do POTI, destinado aos alunos do oitavo e nono ano do ensino fundamental, de

escolas públicas e particulares, sendo aberto aos demais interessados oriundos de outros anos do ensino fundamental ou médio. As escolas são comunicadas via email, no início do ano, sobre a abertura das inscrições de alunos, que é feita no próprio site do poti ([www.potiimpa.br](http://www.potiimpa.br)), sem exigências ou classificação, sendo livre a inscrição de quem está realmente interessado em participar do projeto.

Em geral, o início do curso conta com média de 30 a 40 alunos, mas devido a alguns fatores como rotina, intensidade das aulas de treinamento e conteúdo mais avançado, mais da metade dos alunos acabam desistindo, situação que ocorre em todos os polos do Brasil segundo a coordenação do projeto no IMPA.

O treinamento consiste em encontros semanais presenciais, no Campus Uvaranas da UEPG, totalizando 16h/mês, abrangendo temas de quatro grandes eixos da matemática:

- Álgebra: produtos notáveis, equações e sistemas, sequências, recorrências, indução.
- Combinatória: paridade, lógica, tabuleiro, contagem, probabilidade, jogos, princípio das gavetas, dominós, poliminós.
- Geometria: congruência e semelhança de triângulos, quadriláteros, relações métricas, ângulos na circunferência.
- Teoria dos Números: divisibilidade, algoritmo de Euclides, mínimo múltiplo comum (MMC), máximo divisor comum (MDC), números primos, congruências, equações diofantinas.

Esses treinamentos específicos auxiliam no desenvolvimento e formação matemática dos alunos que querem aprofundar seus conhecimentos e descobrir como a matemática pode ajudar a resolver problemas desafiadores. Conforme relata Dante (1988), “a resolução de um problema exige uma certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias”. Em geral, as questões de olimpíadas exigem esses requisitos, sendo fundamental muitas vezes, unir o raciocínio lógico com o embasamento teórico.

Na área de Teoria dos Números, conceitos sobre divisibilidade e congruências auxiliam na resolução de muitos problemas que envolvem análise de restos, questões envolvendo problemas de calendário e até mesmo criptografia. A seguir é feita uma análise sobre este tema.

(OPMat 2014 – Nível 2 – Questão 10) Qual o resto da divisão de  $2014^{2015}$  por 7?

A essência da ideia de congruência é trabalhar com os restos das divisões de problemas que relacionam divisões ou potenciações, visto que esses restos são números

menores e é de se esperar que isso simplifique a resolução dos problemas. Na notação matemática  $a \equiv b \pmod{m}$ , com  $a$ ,  $b$  e  $m$  inteiros ( $m > 0$ ), dizemos que "a é congruente a b módulo m", o que significa que a e b deixam o mesmo resto quando divididos por m. Por exemplo,  $18 \equiv 14 \pmod{4}$  pois o resto da divisão de ambos os números 18 e 14 por 4 é 2.

Assim, na potência  $2014^{2015}$  são consideradas as potências do número 4 para então concluir sobre a potência  $4^{2015}$ . Com os treinamentos sobre congruências, o aluno percebe que as potências de 4 tem um ciclo de repetições dos restos 4,2,1 para os expoentes 1,2,3, depois 4,2,1 para os expoentes 4,5,6, e assim basta ver quantas vezes esse ciclo "se repete" com o número 2015, fazendo  $2015/3=671$  com resto 2, ou seja, esse resto corresponde à segunda posição no ciclo dos restos na divisão por 7, concluindo então que o resto da divisão de  $2014^{2015}$  por 7 é 2.

	Resto na divisão por 7	Expoente	Notação
$4^1=4$	4	1	$4^1 \equiv 4 \pmod{7}$
$4^2=16$	2	2	$4^2 \equiv 2 \pmod{7}$
$4^3=64$	1	3	$4^3 \equiv 1 \pmod{7}$
$4^4=256$	4	1	$4^4 \equiv 4 \pmod{7}$
$4^5=1024$	2	2	$4^5 \equiv 2 \pmod{7}$
$4^6=4096$	1	3	$4^6 \equiv 1 \pmod{7}$

Outro exemplo que podemos citar é o uso do conceito de mínimo múltiplo comum para resolução da seguinte questão:

(OPMat 2016 – Nível 2 – Questão 14) João e Paulo são dois caminhoneiros. João almoça no restaurante Boa Viagem a cada 3 dias e Paulo almoça no mesmo restaurante a cada 4 dias. Numa certa segunda-feira João e Pedro almoçaram no Boa Viagem. Passados alguns dias, seguindo a mesma rotina de sempre, almoçaram de novo no mesmo dia no Boa Viagem. Em que dia da semana isso aconteceu?

Essa questão pode ser resolvida com raciocínio lógico, enumerando alguma estratégia de solução como dada na tabela abaixo, e concluindo que João e Pedro almoçaram novamente num sábado.

	S	T	Q	Q	S	S	D	S	T	Q	Q	S	S	D
João	X			x			x			x			x	
Pedro	X				x				x				x	

Com os treinamentos o aluno é capaz de identificar que os dados do problema se referem ao conceito de mínimo múltiplo comum entre 3 e 4, ou seja,  $MMC(3,4)=12$  e com relação aos dias da semana, iniciando na segunda, 12 dias depois cai num sábado. Essa concepção pode ser mais útil e melhor aproveitada quando o problema for muito extenso, sendo de natural importância compreender a existência do raciocínio lógico embutido na estratégia de solução direta.

Também foi realizado um questionário com os alunos que frequentam o POTI, suas participações em olimpíadas e premiações. Os alunos que participam regularmente responderam que o treinamento foi fundamental em suas conquistas de medalhas nas olimpíadas, pois ajudou a melhorar o raciocínio lógico e muitos temas como congruência, indução matemática, equações diofantinas, entre outros, não são abordados no currículo escolar. Uma aluna também comentou que aprendeu o MDC pelo algoritmo de Euclides que na escola é visto de uma maneira diferente, e que seu rendimento escolar melhorou depois que começou a participar dos treinamentos.

Em uma determinada pergunta do questionário: “Quando reconhecemos e compreendemos o conhecimento matemático embutido em alguma questão/tema somos capazes de desenvolver uma estratégia para resolução de tal problema. Você consegue citar algum exemplo dessa situação? ”, obtivemos algumas respostas sobre a resolução de problemas envolvendo a análise do último algarismo do resultado de um número elevado a uma potência muito grande, por exemplo,  $3^{2017}$ , a qual é impossível de fazer manualmente, mas com os treinamentos os alunos perceberam que basta analisar os últimos algarismos das potências de 3, dados por

Potências de 3	$3^1=3$	$3^2=9$	$3^3=27$	$3^4=81$	$3^5=243$	$3^6=729$	$3^7=2.187$	$3^8=6.561$
Último algarismo	3	9	7	1	3	9	7	1

e perceber que há um ciclo de repetições desses últimos algarismos, que nesse caso se repete de 4 em 4, ou seja, a resposta só pode ser 3, 9, 7 ou 1. No exemplo dado, basta ver quantas vezes esse ciclo “cabe” em 2017 fazendo a divisão de 2017 por 4, e analisar o resto 1 que indica que o último algarismo dessa potência é 3 (primeira posição do ciclo).

Três alunos frequentam o POTI desde 2015, um deles ganhou medalha de bronze na OPMat de 2014, medalha de prata na OPMat de 2015 e medalha de ouro na OPMat de 2016, mostrando a importância dos treinamentos e da sua dedicação nos estudos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O treinamento realizado no POTI, com resolução de problemas, é de grande importância para o ensino da matemática, pois o aluno se sente motivado pelo enfrentamento de desafios que surgem, aprende a reconhecer e identificar a forma com que as questões são apresentadas nas competições e, gradualmente, se torna capaz de desenvolver suas estratégias de solução e ter sucesso nas competições.

Um levantamento quantitativo dos alunos que participam atualmente do POTI mostrou um bom rendimento tanto escolar quanto em olimpíadas, indicando que a participação regular nos treinamentos impulsiona seu aprendizado e autoconfiança, desenvolve seus conhecimentos matemáticos e leva ao reconhecimento e à premiação.

O desenvolvimento dessa atividade de extensão abre caminhos para a difusão do conhecimento e promove a integração entre universidade e comunidade. Acreditamos estar realizando uma importante atividade na área da educação, procurando fazer com que a ciência matemática torne-se atrativa para os alunos, estimulando-os a participarem de competições como as olimpíadas, melhorando o ensino e a aprendizagem da matemática e contribuindo para uma maior inclusão social.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais(PCNs): Matemática**. Brasília-DF: MEC, 1998.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N.2. Brasília, 1989.

DANTE, L. R. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

ONUCHIC, L. De La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. SP: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.